

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Publicat de
Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi” din Iași
Tomul LV (LIX), Fasc. 1, 2009
Secția
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

UN PROBLÈME D'IDENTIFICATION. CORRECTION DU MODÈLES ANALYTIQUE EN UTILISAT DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

PAR

**DOINA ȘTEFAN, VIOLETA-ELENA CHIȚAN et GABRIELA
COVATARIU**

Résumé. La procédure de correction d'un modèle analytique adopté pour une structure de construction est précédée d'une comparaison entre le set des données expérimentales et celui des données analytiques, pour une vérification préliminaire concernant la correspondance raisonnable entre ces données.

Pour l'identification dynamique des paramètres ont été élaborées diverses méthodes de correction des matrices de rigidité et de l'amortissement qui ont à leur base la méthode des moindres carrés dans le domaine des fréquences.

L'algorithme proposé a comme résultat la correction de la matrice de rigidité d'un modèle de calcul en utilisant comme données d'entrée seulement celles enregistrées pendant les essais expérimentaux.

Mots Clés: Modèle Expérimental; Système Dynamique; Rigidité; Amortissement; Fréquence.

1. Introduction

Pour résoudre les problèmes d'identification dynamique des systèmes sont nécessaires, à la fois, des recherches théoriques et des essais expérimentaux. Les essais expérimentaux doivent confirmer les hypothèses théoriques concernant le modèle et, ensuite, elles sont utilisées pour évaluer des paramètres ou des variables d'état.

Le sens de la notion d'identification est de concevoir le modèle du système interprétant, par voie analytique, les résultats expérimentaux obtenus dans des conditions qui doivent assurer des informations plus qu'édifiantes pour caractériser le système considéré. Dans ce sens il est nécessaire d'effectuer des opérations qui peuvent être groupées en trois étapes: a) organiser et réaliser des essais expérimentaux du système; b) interpréter les résultats expérimentaux; c) déduire le modèle par une approximation analytique des résultats.

Les essais expérimentaux ne peuvent pas spécifier tous les cas possibles et toutes les conditions de fonctionnement qui peuvent avoir lieu.

Les résultats des essais sont utilisés pour corriger le modèle de calcul adopté initialement utilisant des méthodes spécifiques de l'identification des systèmes.

Pour appliquer le procédé de corriger le modèle de calcul par la théorie d'estimation basée sur des données expérimentale on considère les hypothèses suivantes:

- a) le système dynamique qui correspond à la structure est linéaire, élastique et invariant par rapport au temps;
- b) le modèle dynamique de la structure est déterminé, les matrices d'inertie, de rigidité et d'amortissement sont connues et elles peuvent participer comme des sous-matrices correspondantes aux sous-structures résultées par une sous-structuration de la structure;
- c) le modèle expérimental est excité par des signaux déterministes; lors de l'enregistrement et de l'interprétation des données on doit tenir compte des perturbations des grandeurs d'entrée.

Les recherches récentes dans le domaine de la dynamique des constructions indiquent une tendance d'augmenter l'usage et l'acquisition d'un nombre plus grand de données expérimentales pour corriger les modèles à masses concentrées et/ou des éléments finis qui sont aujourd'hui les plus utilisées modèles analytiques.

Parce qu'on accepte, généralement, la considération que les données expérimentales offrent un degré de confiance plus grand que les simulations numériques les résultats du modélage analytique sont corrigées à l'aide des données obtenues par les modèles expérimentaux.

Dans le processus de correction on peut distinguer deux étapes: *localisation des erreurs et correction des erreurs*.

L'objectif principal de la méthodologie de correction des modèles dynamiques analytiques peut être défini comme un processus de raffinage d'un modèle analytique existant, utilisé dans l'étude de la structure. Le modèle corrigé doit imiter fidèlement:

- a) les propriétés modales dans les points où sont effectuées des mesures expérimentales;
- b) la fonction de réponse en fréquence obtenue par voie expérimentale;
- c) les propriétés modales dans les points où ne sont pas effectuées des mesures;
- d) les fonctions de réponse en fréquence obtenues seulement par voie analytique;
- e) représentation correcte des connexions du modèle.

La procédure de correction d'un modèle analytique adopté pour une structure de construction est, généralement, précédée par une comparaison entre le set des données expérimentales et celui des données analytiques pour une vérification préliminaire concernant la correspondance raisonnable entre ces données.

Dans la majorité des situations le set des données expérimentales est incomplet parce que les mesures sont, habituellement, localisées dans certaines directions/points d'une structure. Cet aspect est explicable, compte tenu qu'en pratique un nombre limité des modes propres de vibration peut être identifié expérimentalement.

La correction des modèles de calcul est basée sur des méthodes d'estimation des paramètres du système.

La plupart des méthodes d'évaluation des paramètres utilisent, pour minimiser une fonction d'erreur, la méthode des moindres carrés.

2. La fonction d'erreur

On considère un système soumis à des entrées, $u(t)$, et un modèle soumis aux mêmes entrées. La réponse du système est

$$(1) \quad y_S(t) = f(u(t), p, z(t))$$

et la réponse du modèle est

$$(2) \quad y_M(t) = f(u(t), \beta, 0),$$

où: p est le vecteur des paramètres mesurés du système, β – le vecteur des paramètres estimés du modèle, $z(t)$ – la perturbation (le bruit) et f – une relation fonctionnelle entre les grandeurs d'entrée et celles de sortie.

La correspondance entre le système et le modèle peut être apprécié à l'aide d'un critère d'erreur, nommée *fonction d'erreur*, qui est définie par la relation

$$(3) \quad E(\beta, T) = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^l \int_0^T c_k [y_{Mk}(\beta, T) - y_{Sk}(t)]_m^2 dt$$

où: T est le temps limite d'excitation, c_k – peut être égal à 0 ou 1 si les mesures s'effectuent selon tous les degrés de liberté dynamiques ou selon un seul degré de liberté dynamique, k – le nombre d'identification du degré de liberté dynamique, l – le nombre maximum des quantités mesurées correspondant à un degré de liberté dynamique.

L'étape qui suit à celle de définition de la fonction d'erreur est de sélectionner l'algorithme de correction et/ou d'améliorer les paramètres du modèle jusqu'au moment où la fonction d'erreur atteint la valeur minimale.

Pour l'identification dynamique des paramètres ont été élaborées diverses méthodes de corriger les matrices de rigidité et de l'amortissement qui ont à leur base la méthode des moindres carrés dans le domaine des fréquences.

Dans la Fig. 1 *a* on a représenté l'organigramme générale pour l'algorithme de correction des matrices de rigidité d'un modèle de calcul tandis que dans la

Fig. 1 *b* on a représenté l'organigramme des sous-programmes qui sont utilisés dans le programme principal CORMAT de correction de la matrice de rigidité d'un modèle de calcul en utilisant comme données d'entrée seulement celles enregistrées pendant les essais expérimentaux.

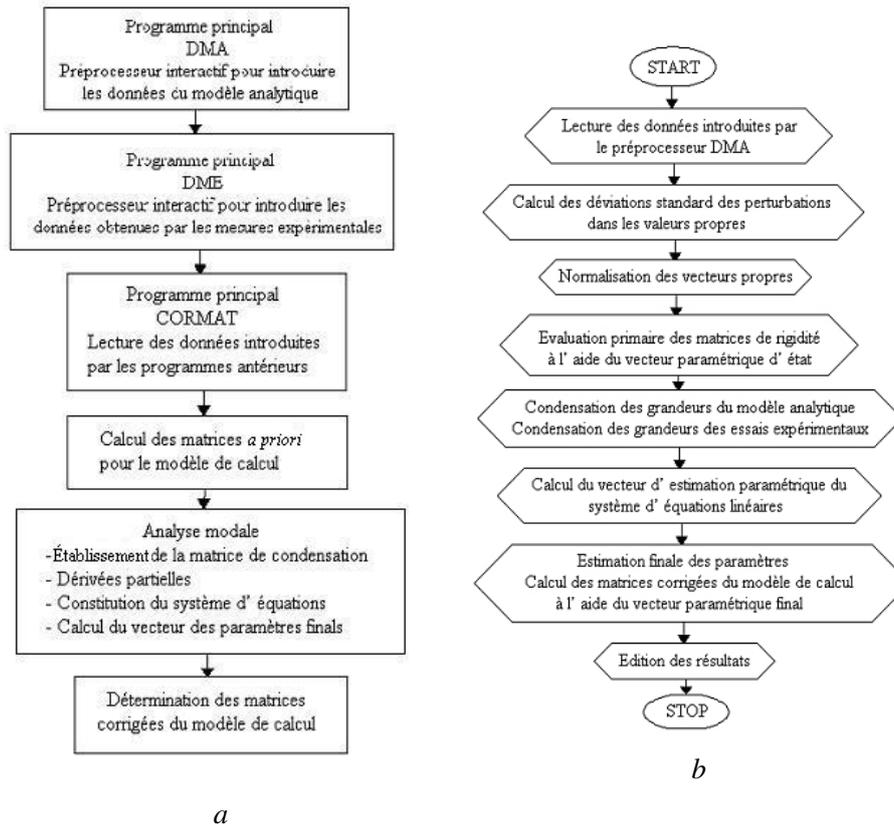


Fig. 1. – Le programme CORMAT: *a* – l'organigramme générale; *b* – l'organigramme des sous-programmes.

3. Validation du programme CORMAT

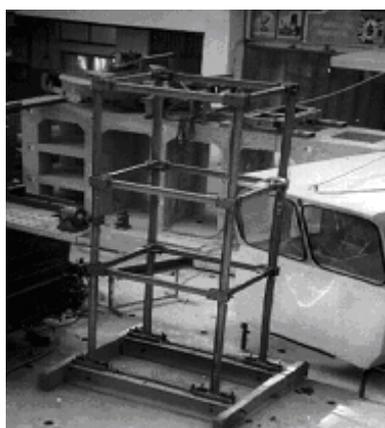
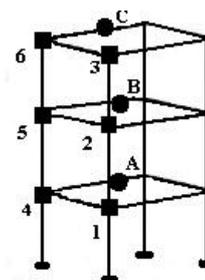
Pour valider le programme CORMAT a été réalisé un modèle expérimental par acier ayant trois degrés de liberté dynamique (Fig. 2 *a*). Les positions des traducteurs de déplacement et d'accélération sont représentées dans la Fig. 2 *b*.

3.1. Calcul analytique

Le calcul analytique a été effectué pour trois modèles

a) la structure lestée, sans considérer le générateur de vibrations;

- b) la structure lestée en considérant le générateur de vibrations;
 c) la structure lestée en considérant l'interaction avec le terrain de fondation.

*a*

A, B, C traducteurs de déplacement
 1...6 traducteurs d'accélération

b

Fig. 2. – Validation du programme CORMAT: *a* – le modèle expérimental; *b* – l'emplacement des traducteurs.

Les fréquences propres sont données dans le Tableau 1.

Tableau 1

Mode de vibration	Modèle <i>a</i> , [Hz]	Modèle <i>b</i> , [Hz]	Modèle <i>c</i> , [Hz]
1	4,957	4,835	4,548
2	15,739	15,494	14,571
3	28,042	27,929	26,023

La matrice de rigidité obtenue par un calcul analytique pour le modèle *c* est

$$(4) \quad [K_{an}] = \begin{bmatrix} 8.8008 & -5.8217 & 0.96699 \\ -5.8217 & 9.3201 & -4.3708 \\ 0.96699 & -4.3708 & 3.4779 \end{bmatrix} 10^3 \quad \text{daN/cm.}$$

La matrice modale obtenue par un calcul analytique pour le modèle *c* est

$$(5) \quad [Y_{ki}] = \begin{bmatrix} 0.4313 & 1.1718 & 1.9475 \\ 0.7778 & 0.5778 & -2.3105 \\ 1.0000 & -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

3.2. Essais expérimentaux

Pour établir les caractéristiques dynamiques la structure a été soumise à trois types d'excitation:

a) excitation à choc (pour établir des fréquences propres – Tableau 2).

Tableau 2

Mode de vibration	Fréquences mesurées, [Hz]
1	4.219
2	13.185
3	25.914

b) excitation harmonique (pour confirmer les fréquences propres identifiées par excitation à choc);

c) excitation harmonique à la fréquence de résonance.

La matrice de flexibilité obtenue par des essais expérimentaux est

$$(6) \quad [\Delta_{\text{exp}}] = \begin{bmatrix} 3.6170 & 4.2584 & 4.3711 \\ 4.2584 & 7.8250 & 8.7294 \\ 4.3711 & 8.7294 & 12.6991 \end{bmatrix} 10^{-4}, \quad \text{cm/daN.}$$

La matrice de rigidité obtenue par des essais expérimentaux est

$$(7) \quad [K_{\text{exp}}] = \begin{bmatrix} 8.80055 & -5.5278 & 1.0846 \\ -5.5278 & 9.3399 & -4.5249 \\ 1.0846 & -4.5249 & 3.4505 \end{bmatrix} 10^3, \quad \text{daN/cm.}$$

La matrice modale obtenue par des essais expérimentaux est

$$(8) \quad [Y_{ki}] = \begin{bmatrix} 0.4195 & 1.1638 & 2.4256 \\ 0.6797 & 0.4734 & -2.4402 \\ 1.0000 & -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

Le programme CORMAT (conformément à l'organigramme de la Fig. 1 a et Fig. 1 b) a été validé pour les variantes suivantes:

a) **Variante 1.** On considère comme données d'entrée seulement des données obtenues par un calcul analytique; on néglige l'amortissement.

La matrice de rigidité corrigée est

$$(9) \quad [K_1] = \begin{bmatrix} 8.800662 & -5.821788 & 0.966959 \\ -5.821788 & 9.320324 & -4.370788 \\ 0.966959 & -4.370788 & 3.477780 \end{bmatrix} 10^3 \quad (\text{daN/cm}).$$

b) **Variante 2.** On considère la matrice de rigidité expérimentale et les modes propres de vibration mesurés ; on néglige l'amortissement et les erreurs des mesurages.

La matrice de rigidité corrigée est

$$(10) \quad [K_2] = \begin{bmatrix} 8.765471 & -5.792531 & 1.077834 \\ -5.792531 & 9.347846 & -4.38202 \\ 1.077834 & -4.38202 & 3.401812 \end{bmatrix} 10^3, \quad \text{daN/cm.}$$

c) **Variante 3.** On considère la matrice de rigidité expérimentale, les modes propres de vibration mesurés, les erreurs de mesurages; on néglige l'amortissement.

La matrice de rigidité corrigée est

$$(11) \quad [K_3] = \begin{bmatrix} 8.778705 & -5.792669 & 1.06571 \\ -5.792669 & 9.332874 & -4.37852 \\ 1.06571 & -4.37852 & 3.314088 \end{bmatrix} 10^3, \quad \text{daN/cm.}$$

Les coefficients de corrélation, r , entre les matrices $[K_{an}]$ et $[K_1]$, $[K_{exp}]$ et $[K_2]$, $[K_{exp}]$ et $[K_3]$ sont situés entre 0,99 et 1; le degré de corrélation entre les matrices a été significatif.

4. Conclusions

La procédure de correction d'un modèle analytique adopté pour une structure de construction est précédée d'une comparaison entre le set des données expérimentales et celui des données analytiques, pour une vérification préliminaire concernant la correspondance raisonnable entre ces données.

Pour l'identification dynamique des paramètres ont été élaborées des diverses méthodes de correction des matrices de rigidité et de l'amortissement qui ont à leur base la méthode des moindres carrés dans le domaine des fréquences.

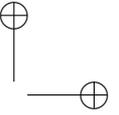
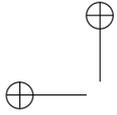
L'algorithme proposé a comme résultat la correction de la matrice de rigidité d'un modèle de calcul en utilisant comme données d'entrée seulement celles enregistrées pendant les essais expérimentaux.

Reçue, le 12 janvier 2009

Université Technique "Gheorghe Asachi", Jassy,
Chaire de Mécanique des Bâtiments.
e-mail: covagab@ce.tuiasi.ro

BIBLIOGRAPHIE

1. Eykhoff P., *Identificarea sistemelor* (transl. from English). Edit. Tehnică, București, 1977.
2. Natke H.G., *Application of Systems Identification in Engineering*. CISM, Courses and Lectures, 1988.
3. Ștefan D., *Identificarea des systèmes linéaires soumis à l'action sismique*. Bul. Inst. Politehnic, Iași, **XLII (XLVI)**, 1-2, s. Constr., Archit. (1996).
4. Ștefan D., *Identificarea dinamică și seismică a structurilor și echipamentelor industriale*. Edit. Tehnică, Științifică și Didactică, CERMI, Iași, 2003.



O PROBLEMĂ DE IDENTIFICARE. CORECȚIA MODELULUI ANALITIC ÎN UTILIZAREA DATELOR EXPERIMENTALE

(Rezumat)

Procedura de corecție a unui model analitic adoptat pentru o structură de construcție este precedată de compararea seturilor de date experimentale și cele analitice, pentru verificarea prealabilă privind corespondența reală între datele de intrare.

Pentru identificarea dinamică a parametrilor s-au elaborat diverse metode de corecție a matricilor de rigiditate și amortizare, care au la bază metoda celor mai mici pătrate în domeniul frecvențelor.

Algoritmul propus are ca rezultat corecția matricii de rigiditate a unui model de calcul care folosește ca date de intrare numai înregistrări experimentale.

