

103479

## ÉTUDE NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE THERMOSOLUTALE OPPOSÉE TRIDIMENSIONNELLE

PAR

<sup>1</sup>SMAIL BENISSAAD, \*MOHAMED AFRID et \*\*AHMED BELLAOUAR

On effectue une étude numérique tridimensionnelle de la convection naturelle bidiffusive dans une enceinte rectangulaire soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux. L'écoulement est entraîné par les forces des poussées thermique et solutale opposées. Les résultats obtenus montrent le caractère tridirectionnel de l'écoulement près des parois isothermes et le caractère tridimensionnel de l'écoulement près des parois verticales adiabatiques. La variation du nombre de Grashof solutal a permis l'obtention de plusieurs types d'écoulements et plusieurs bifurcations entre ces écoulements. La convection transitoire et apériodique se manifeste dans un intervalle du nombre de Grashof solutal entre  $3 \times 10^5$  et  $5 \times 10^5$ .

### 1. Introduction

La convection naturelle produite par des forces de volume dues simultanément à des gradients de température et de concentration est généralement désignée comme étant *la convection thermosolutale* ou à *double diffusion*. L'étude de ces mouvements générés par la présence simultanée d'un gradient de température et d'un gradient de concentration dans un mélange de deux fluides a suscité un grand nombre de travaux (Lee *et al.* [1], Shyy et Chen [2]). Le développement récent de ces études est lié à l'importance qu'a pris ce problème dans diverses applications. Ainsi, la convection thermosolutale se rencontre dans une grande variété de domaines telles que l'océanographie (Schmidt [3]), la géologie et la métallurgie.

Les applications liées à l'existence des gradients de masse volumique dans un fluide soumis à un champ de gravité apparaissent par exemple dans le domaine de la croissance cristalline (Wilcox [4]), ainsi que dans beaucoup de phénomènes naturels (fusion des icebergs et des banquises) ou de processus industriels (élaboration des alliages et fonderie).

Dans les années récentes, les études de la solidification dans les systèmes binaires ont été simulées par la croissance cristalline et la fonderie des alliages métalliques. Quand un alliage se solidifie, il y a rejet de l'un des composants dans la phase fondue,

---

<sup>1</sup> Auteur à contacter

la différence de densité entre les deux composants avec le gradient de la température crée la convection à double diffusion. Puisque la qualité et la structure du solide résultant sont influencés par le processus de transport dans la phase liquide durant la croissance du cristal, donc une bonne compréhension de la convection thermosolutale pendant la phase de solidification a une importance primordiale.

Plusieurs études expérimentales ont été réalisées dans ce domaine qui employaient des solutions aqueuses correspondant à un nombre de Lewis élevé ( $\mathcal{L}e = 200$ ) et un nombre de Prandtl égal à 7.

K a m o t a n i *et al.* [5] ont étudié expérimentalement la convection à double diffusion dans une enceinte rectangulaire, ayant un rapport d'aspect ( $A = H/L$ ) variant entre 0,13 et 0,55, dans le cas où les forces de volume sont coopérantes ou opposantes. Ils ont employé une technique électrochimique pour imposer les concentrations sur les parois verticales. Les résultats obtenus dans cette étude signalent l'existence de régimes multicellulaires obtenus à contre-courant pour  $N > 10$  et à co-courant, pour  $N > 6$ .

Lee *et al.* (*op. cit.*) ont étudié expérimentalement la stabilité de la convection à double diffusion avec des gradients de température et de concentration horizontaux, dans des enceintes rectangulaires ayant le rapport d'aspect ( $A = H/L$ ) variant de 0,2 à 2. Leurs résultats montrent un écoulement unicellulaire pour un rapport des forces des poussées de volume élevé ou faible, alors que le régime d'écoulement multicellulaire apparaît pour les valeurs intermédiaires de ce rapport:  $8 < N < 55$  dans le cas coopérant et  $5 < N < 13$  dans le cas opposant.

Les structures d'écoulement résultant des conditions de coopération et d'opposition des forces de volumes ont été simulées numériquement par Shyy et Chen (*op.cit.*) et H a n et K u h e n [6], où des structures d'écoulement multicellulaires ont été déterminées. Lorsque les forces de volume sont opposées, les expériences indiquent des comportements d'écoulement instables pour un certain ordre de grandeur des paramètres d'écoulements (J i a n g *et al.* [7], L e e et H y u n [8]).

L'étude numérique en régime nonstationnaire effectuée par Z h o u et Z e b i b [9], sur la convection thermosolutale dans le cas de la croissance cristalline en cavité carrée, où les forces de volume sont opposées et égales, montre l'apparition de solutions oscillatoires, à faible nombre de Lewis ( $\mathcal{L}e = 5$ ), et à partir d'un nombre de Grashof thermique critique ( $\mathcal{G}r_{t,c.} = 7,5 \times 10^4$ ).

L'effet du rapport des forces de volume sur la bifurcation des structures a été examiné par voie numérique pour un gaz binaire dans une enceinte rectangulaire par N i s h i m u r a *et al.* [10]; la solution obtenue montre que la convection est oscillatoire pour le cas opposant dans la limite d'un intervalle du rapport des forces de volume autour de  $N = 1$ , pour des valeurs particulières des nombres de Rayleigh et de Lewis.

G h o r a y e b *et al.* [11] ont effectué des simulations numériques de l'instabilité de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec des forces de volume égales et de sens opposés pour un intervalle du nombre de Lewis compris entre 2 et 45. Dans cette situation l'état stable de la structure de l'écoulement est

symétrique par rapport au centre et il reste stable jusqu'à la hauteur d'un seuil de la valeur du nombre de Grashof thermique au-delà duquel les écoulements oscillatoires apparaissent. Cependant l'état oscillatoire est soit symétrique par rapport au centre ou asymétrique, dépendant de la valeur du nombre de Lewis.

Les résultats obtenus dans le travail de *Bennisad et Afrid* [12], avec:  $A = 4$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sc = 240$ ,  $Gr_t = 2,2 \times 10^5$  et  $Gr_s$  variant de  $10^4$  à  $10^7$ , ont permis d'observer une variété de régimes d'écoulement. Quand les forces de volume sont opposées, l'écoulement est permanent et monocellulaire pour des valeurs de  $Gr_s$  entre  $10^4$  et  $2,2 \times 10^5$ . A partir de  $Gr_s$  égal à  $2,2 \times 10^5$  et jusqu'à  $7 \times 10^5$ , l'écoulement devient transitoire. Lorsque  $Gr_s$  est supérieur ou égal à  $8 \times 10^5$  et inférieur à  $2,2 \times 10^6$ , l'écoulement bifurque vers un régime permanent et multicellulaire. Pour des valeurs de  $Gr_s$  supérieures ou égales à  $2,2 \times 10^6$ , l'écoulement redevient permanent et monocellulaire.

Dans ces travaux, tous les auteurs précités ont supposé que l'écoulement est bidimensionnel avec des vitesses d'écoulement négligeables dans les plans transversaux. Dans ce travail, on met en évidence l'existence d'une certaine différence entre les prédictions des modèles bidimensionnels et tridimensionnels, et que la solution tridimensionnelle est plus précise dans les systèmes thermosolutals, particulièrement dans le cas opposant où les effets tridimensionnels sont plus apparents.

Néanmoins, *Sezai et Mohamad* [13] ont montré, dans le cas d'une enceinte cubique, que la structure de l'écoulement de la convection naturelle thermosolutale, dans le cas opposant pour des valeurs de  $N \geq 1$ , est strictement tridimensionnelle pour certaines valeurs des paramètres employés tels que le rapport des forces de volume, le nombre de Rayleigh thermique et le nombre de Lewis. Ils ont observé une variété de bifurcations et la formation de configurations d'écoulements complexes.

Notre travail, a pour but, d'une part, d'étudier le développement des structures d'écoulement tridimensionnelles et d'examiner l'effet de la variation du nombre de Grashof solutal sur ces structures et sur les transferts de chaleur et de masse.

Les résultats numériques de cette étude sont limités à une solution chimique aqueuse de sulfate de cuivre ayant pour paramètres:  $Pr = 7$ ,  $Sc = 240$ , le nombre de  $Gr_t$  est fixé à  $2,2 \times 10^5$ , tandis que la valeur du nombre de  $Gr_s$  varie de  $10^4$  à  $10^7$ .

## 2. Géométrie et modèle mathématique

On considère une cavité parallélepédique de longueur  $L$ , de hauteur  $H$ , de largeur  $l$  et ayant le rapport d'aspect  $A = L/H$ ; les dimensions de l'enceinte sont  $4 \times 1 \times 1$ . Elle est remplie d'un électrolyte et soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux, c'est-à-dire que les parois verticales de l'enceinte, gauche et droite sont maintenues à des températures constantes et uniformes mais différentes. L'une de ces parois est connectée à une anode et l'autre est connectée à une cathode (v. Fig.1). Les autres parois sont imperméables, adiabatiques et non-conductrices d'électricité. Cette connexion électrique permet le maintien des parois isothermes à deux concentrations constantes et donc l'obtention d'un gradient

de concentration horizontal qui, avec le gradient de température horizontal, entraîne la convection naturelle à double diffusion.

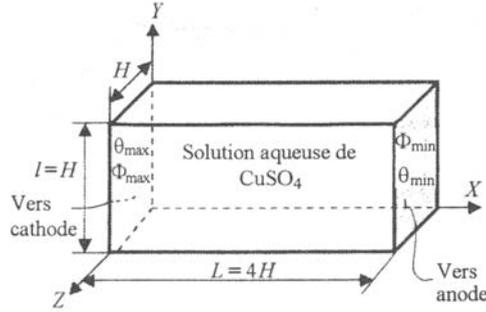


Fig. 1.- Géométrie du problème considéré.

On suppose que le fluide constitué par cette solution aqueuse est incompressible et newtonien. Toutes les propriétés physiques, à l'exception de la masse volumique, sont considérées constantes. On adopte l'approximation de Boussinesq, ce qui revient à considérer la masse volumique constante dans tous les termes des équations de transfert sauf celui de la force de gravité. Dans ce dernier cas, la masse volumique est fonction de la température et de la concentration

$$\rho(T, C) = \rho_0[1 - \beta_t(T - T_0) + \beta_s(C - C_0)],$$

où  $\rho_0 = \rho(T_{\min}, C_{\min})$  est la masse volumique de référence.

$$\beta_t = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_C, \quad \beta_t > 0,$$

$$\beta_s = \frac{1}{\rho_0} \cdot \left. \frac{\partial \rho}{\partial C} \right|_T, \quad \beta_s > 0.$$

Les écoulements de la convection naturelle thermosolutale susceptibles de se développer dans cette enceinte sont régis par les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, de conservation d'énergie et de transfert des espèces. En l'absence de génération interne de chaleur et de réaction chimique et en négligeant les dissipations visqueuses, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant le problème s'écrit sous la forme vectorielle adimensionnelle suivante:

a) à  $t = 0$ ;  $U = \theta = \Phi = 0$ .

b) Pour  $t > 0$ :

(i) Equation de continuité

$$(1) \quad \nabla U = 0.$$

(ii) Equations de quantité de mouvement

$$(2) \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} = -\nabla P + \nabla^2 \mathbf{U} + (\mathcal{G}_{r_t} \theta - \mathcal{G}_{r_s} \Phi) \mathbf{k},$$

où  $\mathbf{k}$  est un vecteur unitaire suivant la direction  $Y$ .

(iii) Equation d'énergie

$$(3) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{U} \nabla \theta = \frac{1}{\mathcal{P}r} \nabla^2 \theta.$$

(iv) Equation de transfert des espèces

$$(4) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{U} \nabla \Phi = \frac{1}{\mathcal{S}c} \nabla^2 \theta,$$

avec les conditions aux limites ci-dessous:

$$(5) \quad \mathbf{U} = 0 \quad (X = 0, X = 4, \forall Y \text{ et } \forall Z; Y = 0, Y = 1, \forall X \text{ et } \forall Z; \\ Z = 0, Z = 1, \forall X \text{ et } \forall Y)$$

$$(6) \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0, \quad (Y = 0, Y = 1, \forall X \text{ et } \forall Z),$$

$$(7) \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = 0, \quad (Z = 0, Z = 1, \forall X \text{ et } \forall Y),$$

$$(8) \quad \theta = \Phi = 1, \quad (X = 0, \forall Y \text{ et } \forall Z),$$

$$(9) \quad \theta = \Phi = 0, \quad (X = 4, \forall Y \text{ et } \forall Z).$$

La forme adimensionnelle est obtenue en normalisant les coordonnées par  $H$ , les vitesses par  $\nu/H$ , le temps par  $H^2/\nu$ , la pression relative  $(P - P_0)$  par  $\rho_0 \nu^2/H^2$ , la température relative  $(T - T_{\min})$  par  $\Delta T$  et la concentration relative  $(C - C_{\min})$  par  $\Delta C$ .

Les transferts thermique et massique aux parois à  $X = 0$  et  $X = 4$  sont caractérisés par les nombres adimensionnels moyens de Nusselt,  $\overline{Nu}$ , et de Sherwood,  $\overline{Sh}$ , définis par

$$(10) \quad \overline{Nu} \Big|_{X=0 \text{ ou } 4} = \iint_{00}^{11} - \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0 \text{ ou } 4} dY dZ, \quad (11) \quad \overline{Sh} \Big|_{X=0 \text{ ou } 4} = \iint_{00}^{11} - \frac{\partial \Phi}{\partial X} \Big|_{X=0 \text{ ou } 4} dY dZ.$$

### 3. Méthode numérique

La méthode numérique des volumes finis est employée pour discrétiser le domaine physique et les différentes équations différentielles aux dérivées partielles adimensionnelles du modèle mathématique. Un maillage non-uniforme, plus affiné près des parois, est utilisé dans la direction horizontale, car les forts gradients de température et de concentration se situent près des parois verticales à  $X = 0$  et  $X = 4$ . Suivant

les directions verticale et transversale, le maillage est uniforme. La discrétisation des équations différentielles a été réalisée en utilisant le schéma numérique hybride et une discrétisation temporelle d'ordre un. L'algorithme SIMPLER est utilisé pour la résolution séquentielle des systèmes d'équations des variables dépendantes [4].

#### 4. Validation du code numérique

Dans le cas bidimensionnel, notre procédé de calcul a été validé par comparaison au résultat expérimental de Kamotani *et al.* (*op. cit.*) et l'étude numérique de Han et Kuehn (*op. cit.*). Dans le cas tridimensionnel, notre code numérique a été testé et validé par comparaison avec les résultats numériques de Sezai et Mohamad (*op. cit.*).

#### 5. Test et choix du maillage

Pour choisir un maillage adéquat à notre étude, on a considéré la simulation numérique d'un cas particulier quand les poussées thermique et solutale sont coopérantes:  $Gr_t = 8,8 \times 10^5$ ,  $Gr_s = 5 \times 10^6$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sc = 240$ , avec trois maillages arbitrairement choisis:  $82 \times 28 \times 28$ ,  $122 \times 48 \times 48$  et  $162 \times 62 \times 62$ . Avec le premier maillage on obtient une convection unicellulaire, alors qu'avec les deux derniers maillages on obtient une convection multicellulaire (v. Fig. 2). Ces résultats montrent que le maillage  $122 \times 48 \times 48$  est suffisant pour assurer une bonne résolution spatiale du problème étudié et donc tous les cas présentés dans cette étude sont obtenus avec ce maillage.

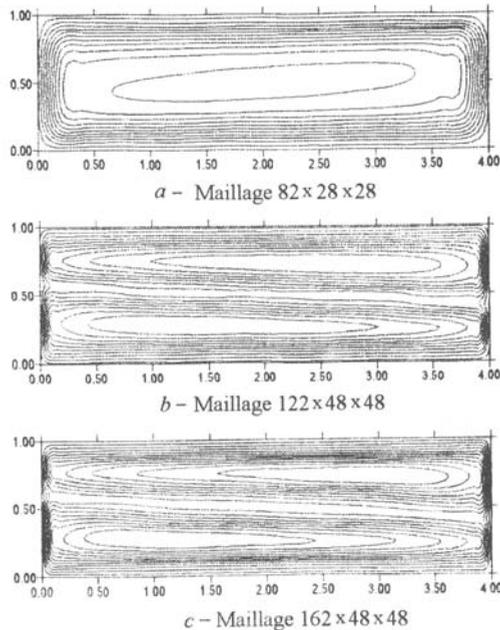


Fig. 2.- Effet du maillage sur la structure de l'écoulement:  $\Psi$  dans le plan  $X-Y$  à  $Z = 0.5$ ; cas coopérant:  $Gr_t = 8,8 \times 10^5$ ,  $Gr_s = 5 \times 10^6$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sc = 240$ .

## 6. Résultats et discussion

### 6.1. Structure de l'écoulement

La température et la concentration de la paroi verticale gauche sont supérieures à celles de la paroi verticale droite. Ces gradients de température et de concentration créent une poussée thermique et une poussée solutale agissant dans des sens opposés et entraînant un mouvement fluide rotatif dans les plans  $X - Y$ . On distingue plusieurs régimes d'écoulements qui dépendent de la valeur de  $\mathcal{G}r_s$ . Pour les deux cas de  $\mathcal{G}r_s = 10^4$  et, respectivement,  $\mathcal{G}r_s = 10^5$ , on a un écoulement de convection naturelle dominée par une poussée thermique.

L'écoulement se présente sous la forme d'une seule cellule circulant dans le plan  $X - Y$ , dans le sens horaire. La circulation monocellulaire (v. Fig. 3) dans l'espace de l'enceinte est visualisée par les trajectoires de huit particules, initialement positionnées sur la droite limitée par les points  $(3.9; 0.82; 0)$  et  $(3.9; 0.82; 1)$ . On voit clairement, la circulation unicellulaire du fluide dans le sens horaire.

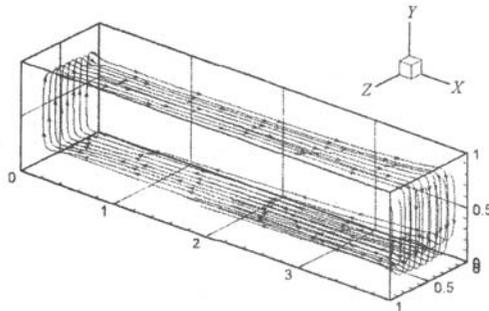


Fig. 3.- Circulation tridimensionnelle de huit particules, initialement placées sur la droite joignant les points  $(3.9; 0.82; 0)$ ;  $(3.9; 0.82; 1)$ ;  $\mathcal{G}r_t = 2,2 \times 10^5$ ,  $\mathcal{G}r_s = 10^4$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sh = 240$ .

Les écoulements dans le plan  $Z=0,5$  qui correspondent aux cas de  $\mathcal{G}r_s = 10^4$  et  $\mathcal{G}r_s = 10^5$ , sont illustrés dans les Fig. 4 a et 4 b, où le régime monocellulaire est maintenu. La convection est dominée par la poussée thermique. Entre  $\mathcal{G}r_s = 3 \times 10^5$  et  $\mathcal{G}r_s = 5 \times 10^5$ , l'écoulement bifurque vers un régime transitoire qui dépend du temps. L'apparition de ces instabilités et du régime oscillatoire est due à la compétition des poussées, thermique et solutale, comparables et opposées. Le cas le plus représentatif du régime transitoire est celui de  $\mathcal{G}r_s = 3,7 \times 10^5$ .

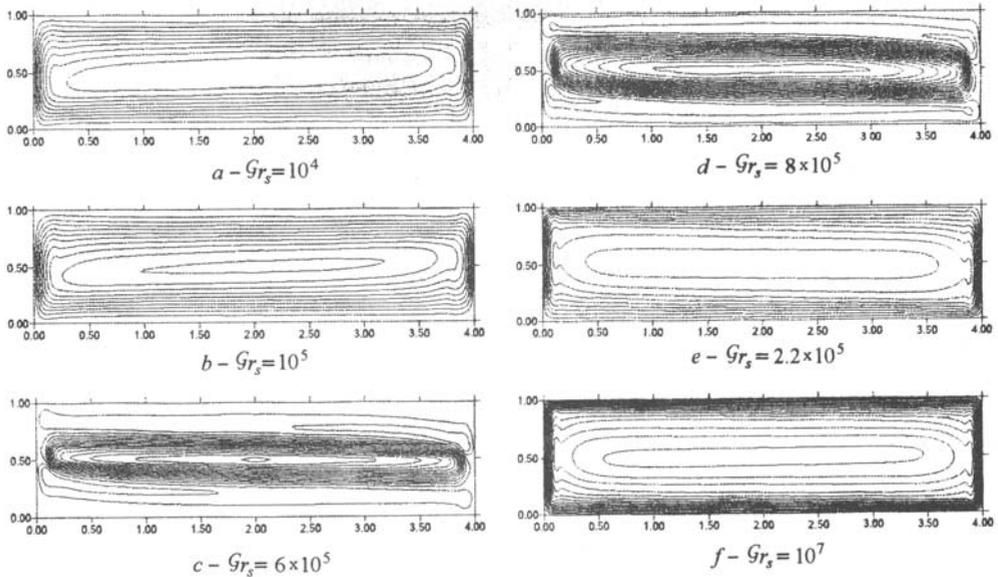


Fig. 4.- Structure de l'écoulement,  $\Psi$ , pour différentes valeurs du nombre de Grashof solutal dans le plan  $X-Y$  à  $Z = 0,5$ ;  $Gr_t = 2,2 \times 10^5$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sh = 240$ .

La Fig. 5 montre la variation temporelle de la vitesse horizontale,  $U$ , de six points arbitrairement choisis. Il est clair que l'écoulement est oscillatoire. La réduction du pas du temps ne réduit pas l'amplitude des oscillations des vitesses et donc ces dernières sont d'origine physique et non numérique. Pour déterminer le caractère apériodique des oscillations on a considéré l'analyse du signal temporel de la vitesse,  $U$ . On a déterminé, ensuite, sa transformée de Fourier discrète et complexe pour

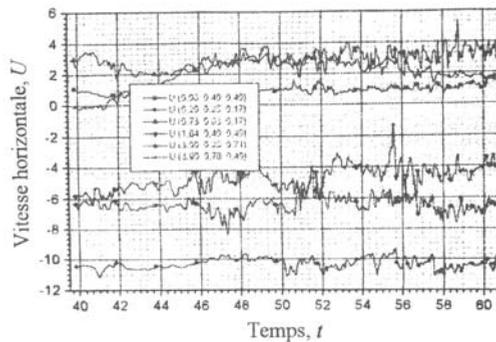


Fig. 5.- Variation temporelle de la composante horizontale de la vitesse de quelques points arbitrairement choisis;  $Gr_t = 2,2 \times 10^5$ ,  $Gr_s = 3,7 \times 10^5$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sh = 240$ .

obtenir le spectre d'énergie ( $E$ ) du signal. Dans la Fig. 6 on présente le logarithme décimal de l'énergie normalisée par  $M^2$  en fonction des fréquences,  $F$ , où  $M$  est le nombre de pas du temps retenu.

Les pics du spectre d'énergie normalisée correspondent aux énergies des fréquences dominantes. Le spectre de la Fig. 6 illustre, comme prévu, le caractère a périodique et chaotique du signal analysé.

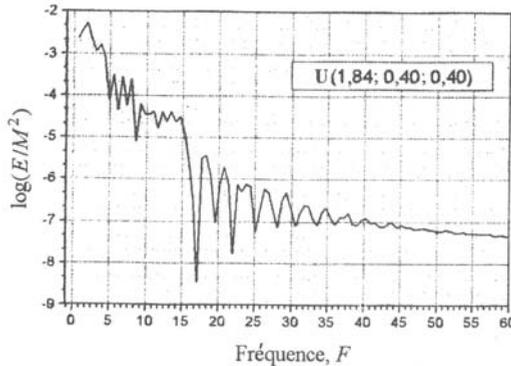


Fig. 6.- Spectre d'énergie de la vitesse horizontale,  $U$ , au point (1,84; 0,40; 0,40).

Avec  $Gr_s = 6 \times 10^5$ , on obtient une bifurcation de l'écoulement transitoire à un écoulement permanent multicellulaire. Ce régime d'écoulement est aussi maintenu pour  $Gr_s = 8 \times 10^5$ , comme on montre dans les Figs. 4 c et 4 d présentant l'écoulement à  $Z = 0,5$ . On distingue trois cellules contrarotatives. La première en haut de l'enceinte, qui tourne dans le sens anti-horaire, la deuxième au milieu de l'enceinte, circulant dans le sens horaire et la troisième en bas de l'enceinte tournant dans le sens anti-horaire.

Dans les zones de la première et la troisième cellule, la poussée solutale est dominante et la stratification solutale présente permet la rotation dans le sens anti-horaire. Cependant, dans la zone de la deuxième cellule, la concentration est uniforme et la convection est entraînée par une poussée thermique, localement dominante, et donc la circulation est dans le sens horaire. Pour les cas de  $Gr_s = 2,2 \times 10^6$  et  $10^7$ , la convection naturelle bifurque vers un écoulement unicellulaire (v. les Figs. 4 e et 4 f), mais tournant dans le sens anti-horaire sous l'effet d'une poussée solutale dominante. L'augmentation de  $Gr_s$  à  $2,2 \times 10^6$  établit la convection naturelle entraînée par une poussée solutale dominante. La Fig. 4 e indique une circulation unicellulaire dans le sens anti-horaire. Pour  $Gr_s = 10^7$ , la convection solutale s'intensifie dans le sens anti-horaire et l'écoulement est qualitativement similaire à celui obtenu pour  $Gr_s = 2,2 \times 10^6$  (v. Fig. 4 f).

Le caractère tridirectionnel de l'écoulement se manifeste surtout près des parois verticales isothermes et pour des faibles nombres de  $Gr_s$ . Ainsi, la vitesse transversale,  $W$ , n'apparaît que près des parois citées et elle est très faible, surtout pour les

grandes valeurs des nombres  $\mathcal{G}r_s$ , par rapport aux composantes horizontale,  $U$ , et verticale,  $V$ , comme l'illustrent les Fig. 7 a et 7 b. Cependant le caractère tridimensionnel de l'écoulement est présent dans tous les cas étudiés. Ainsi, on a remarqué dans tous les cas la variation transversale suivant  $Z$  tout près des parois verticales adiabatiques et imperméables et donc le champ de vitesse est tridimensionnel. Cependant la variation suivant  $Z$  est négligeable loin des plans à  $Z=0$  et  $Z=1$  (v. Figs. 7 a et 7 b).

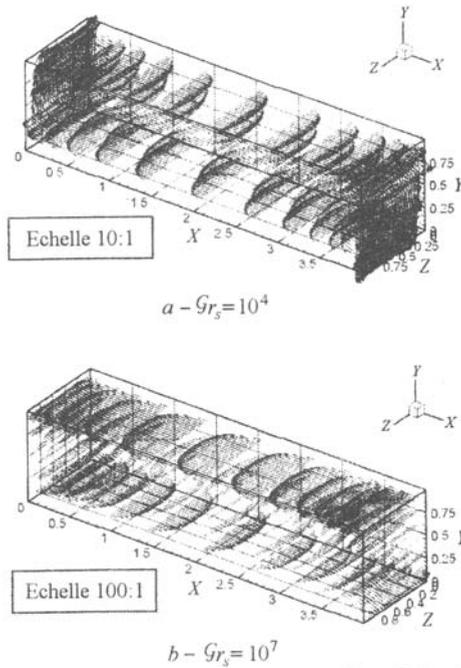


Fig. 7.- Champs des vitesses;  $\mathcal{G}r_t = 2,2 \times 10^5$ ,  
 $\mathcal{P}r = 7$ ,  $Sh = 240$ .

## 6.2. Transfert de chaleur

Les champs thermiques des Figs. 8 a et 8 b sont ceux d'une convection naturelle dominée par une poussée thermique. Les surfaces isothermes sont entraînées par l'écoulement vers la droite en haut de l'enceinte et vers la gauche en bas de celle-ci. Au milieu de l'enceinte, la vitesse de l'écoulement est relativement faible et la conduction de chaleur impose une stratification thermique verticale stable parce que le fluide le plus chaud, donc le moins dense, doit superposer le fluide relativement plus froid. Avec  $\mathcal{G}r_s = 6 \times 10^5$  et  $\mathcal{G}r_s = 8 \times 10^5$ , l'écoulement multicellulaire impose un entraînement alterné des surfaces isothermes suivant la direction de la circulation. Ainsi, près du plafond de l'enceinte les isothermes sont entraînées vers la gauche. Dans la zone de la cellule centrale de l'écoulement les isothermes sont déviées vers

la droite en haut de la cellule et vers la gauche en bas de celle-ci. Dans la région de la cellule près de la base de l'enceinte, les surfaces isothermes sont déplacées vers la droite.

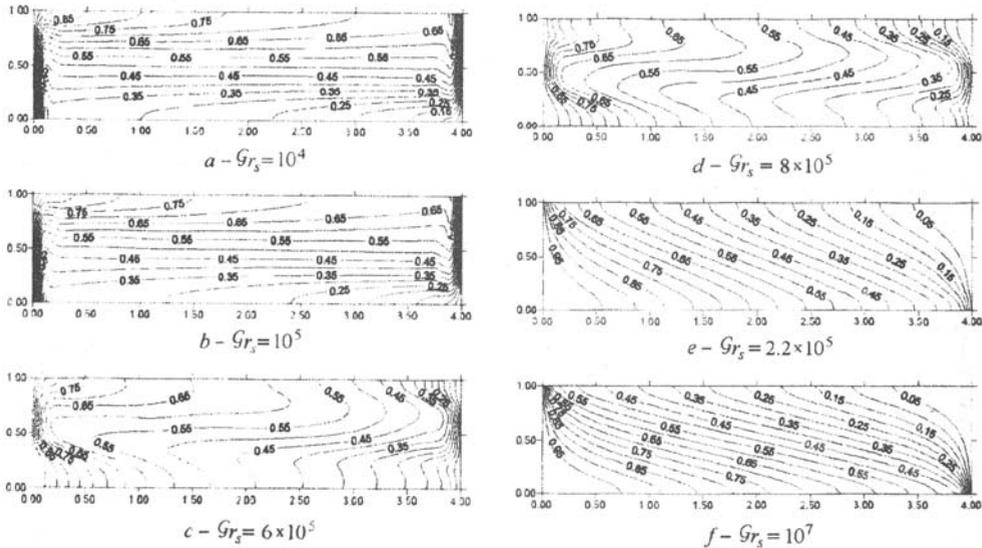


Fig. 8. – Distribution de la température,  $\theta$ , pour différentes valeurs du nombre de Grashof solutal dans le plan  $X-Y$  à  $Z = 0.5$ ;  $Gr_t = 2,2 \times 10^5$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sh = 240$ .

La circulation contrarotative des cellules de l'écoulement crée des gradients de température horizontaux très importants, dans tout l'espace de l'enceinte, intensifiant le transfert conductif et diminuant le transfert convectif entre les parois isothermes. Pour  $Gr_s = 2,2 \times 10^6$ , l'écoulement de la poussée solutale, dominant dans le sens anti-horaire, entraîne les surfaces isothermes vers la gauche en haut de l'enceinte et vers la droite en bas de celle-ci. On remarque un échange de chaleur important par conduction horizontale entre les parois isothermes et donc un transfert de chaleur convectif très réduit par rapport à celui des cas avec  $Gr_s = 10^4$  et  $Gr_s = 10^5$ .

### 6.3. Transfert de matière

Avec  $Gr_s = 10^4$ , la Fig. 9a montre une distribution de la concentration limitée dans une mince couche limite solutale près des parois à concentration constante et des parois horizontales. Tout près des parois verticales, aux concentrations constantes, on a presque une simple diffusion de concentration. Les surfaces à concentrations constantes sont des plans quasi-verticaux. En s'éloignant des deux parois à concentration constante, l'écoulement de la convection entraîne les plans à concentration constante et on obtient très près des parois horizontales (à  $Y = 0$  et  $Y = 1$ ) une stratification solutale stable – une croissance de la concentration suivant  $Y$ . Le noyau de l'enceinte est maintenu à une concentration constante ( $\Phi = 0.5$ ). Avec l'augmentation de  $Gr_s$  à  $10^5$ , la distribution de la concentration est qualitativement

la même (v. la Fig. 9*b*), mais on remarque un épaississement de la couche limite solutale près des parois. Loin des parois, une grande partie de l'enceinte est toujours maintenue à concentration constante ( $\Phi=0.5$ ). Avec  $Gr_s = 6 \times 10^5$  et  $Gr_s = 8 \times 10^5$ , l'écoulement multicellulaire entraîne une répartition importante de la concentration près des parois horizontales. Ainsi, les variations verticales de la concentration sont confinées près du plafond et de la base de l'enceinte, dans les zones des cellules tournant dans le sens anti-horaire. Dans la zone de la cellule centrale de l'écoulement, la concentration est sensiblement constante comme le montrent les Figs. 9*c* et 9*d*. Pour les cas de  $Gr_s = 2,2 \times 10^6$  et  $Gr_s = 10^7$  la convection naturelle contrôlée par la poussée solutale dominante entraîne la répartition de la concentration dans tout l'espace de l'enceinte. Loin des parois à concentration constante et dans toute l'enceinte, on note la stratification solutale stable: le fluide à faible concentration superposant le fluide le plus dense (v. les Figs. 9*e* et 9*f*).

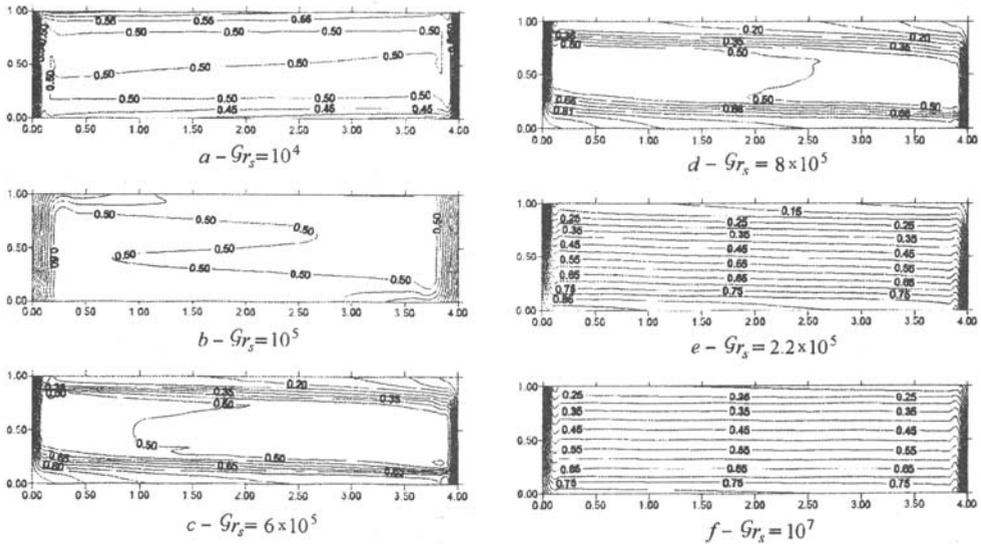


Fig. 9.- Distribution de la concentration,  $\Phi$ , pour différentes valeurs du nombre de Grashof solutal dans le plan  $X-Y$  à  $Z=0.5$ ;  $Gr_t = 2,2 \times 10^5$ ,  $Pr = 7$ ,  $Sh = 240$ .

## 7. Conclusion

Dans le présent travail on a considéré la simulation numérique tridimensionnelle de la convection naturelle bidiffusive dans une enceinte parallélépipédique. Les conditions aux limites ont été choisies de telle sorte que les poussées thermique et solutale, engendrées par les gradients horizontaux de température et de concentration imposés entre les parois verticales de l'enceinte, soient en opposition. L'écoulement, le transfert thermique et le transfert massique sont modélisés par les équations différentielles aux dérivées partielles de conservation de masse, des quan-

tités de mouvement, d'énergie et des espèces, et de leurs conditions initiales et aux limites. Les équations modélisantes sont résolues par la méthode numérique des volumes finis. Parmi les paramètres de contrôle de la convection naturelle, seul le nombre de Grashof solutal est varié entre  $10^4$  et  $10^7$ . La convection naturelle est permanente pour des valeurs du nombre de Grashof solutal situés entre  $10^4$  et  $2,2 \times 10^5$  et entre  $6 \times 10^5$  et  $10^7$ . Par contre pour des nombres de  $\mathcal{G}r_s$  situés entre  $3 \times 10^5$  et  $5 \times 10^5$ , la convection naturelle est transitoire et aperiodique. Entre  $\mathcal{G}r_s = 10^4$  et  $2,2 \times 10^5$ , l'écoulement est monocellulaire. Entre  $\mathcal{G}r_s = 6 \times 10^5$  et  $8 \cdot 10^5$ , l'écoulement est multicellulaire. Il redevient monocellulaire pour des valeurs de  $\mathcal{G}r_s \geq 9 \times 10^6$ .

### Notations

- $A = L/H$  – rapport d'aspect géométrique;  
 $C$  – concentration;  
 $D$  – coefficient de diffusivité massique;  
 $E$  – énergie des oscillations;  
 $F$  – fréquence des oscillations;  
 $g$  – accélération de la pesanteur;  
 $H$  – hauteur de l'enceinte;  
 $L$  – longueur de l'enceinte;  
 $l$  – largeur de l'enceinte;  
 $P$  – pression adimensionnelle;  
 $T$  – température;  
 $t$  – temps adimensionnel;  
 $\mathbf{U}$  – vecteur vitesse;  
 $U, V, W$  – composantes horizontale, verticale et transversale adimensionnelles de la vitesse;  
 $X, Y, Z$  – coordonnées horizontale, verticale et transversale adimensionnelles.

### Lettres grecs

- $\alpha$  – coefficient de diffusivité thermique;  
 $\beta_s$  – coefficient d'expansion solutal;  
 $\beta_t$  – coefficient d'expansion thermique;  
 $\Phi = (C - C_{\min}) / (C_{\max} - C_{\min})$  – concentration adimensionnelle;  
 $\nu$  – viscosité cinématique;  
 $\theta = (T - T_{\min}) / (T_{\max} - T_{\min})$  – température adimensionnelle;  
 $\rho$  – masse volumique;  
 $\Psi$  – fonction de courant.

### Groupes adimensionnels

- $Gr_t = g\beta_t\Delta TH^3/\nu^2$ ;  $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$  – nombre de Grashof thermique;  
 $Gr_s = g\beta_s\Delta CH^3/\nu^2$ ;  $\Delta C = C_{\max} - C_{\min}$  – nombre de Grashof solutal;  
 $Pr = \nu/\alpha$  – nombre de Prandtl  
 $Sc = \nu/D$  – nombre de Schmidt.

## Indices

- 0 – état de référence à  $T_{\min}$  et  $C_{\min}$ ;  
 min – minimum des valeurs à  $X = 0$  et  $X = 4$ ;  
 max – maximum des valeurs à  $X = 0$  et  $X = 4$ .

Reçue le 22 décembre 2006

Université Mentouri, Constantine, Algérie,  
 \*Laboratoire d'Energétique  
 Appliqué et de Pollution,  
 Département de Génie Mécanique,  
 \*\*Laboratoire de Physique Energétique,  
 Département de Physique  
 et  
 \*\*\*Laboratoire de Mécanique,  
 Département de Génie Mécanique

## BIBLIOGRAPHIE

1. Lee J., Hyun M.T., Kim K.W., *Natural Convection in Confined Fluids with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients*, Int. J. Heat Mass Transfer, **31**, 10, 1969-1977 (1988).
2. Shyy W., Chen M.Y., *Double-diffusive Flow in Enclosures*. Phys. Fluids A, **3**, 11, 2592-2607 (1991).
3. Schmidt A.W., *Double Diffusion in Oceanography*. Ann. Rev. Fluid Mech., **26**, 255-285 (1994).
4. Wilcox W.R., *Transport Phenomena in Crystal Growth from Solution*. Prog. Crystal Growth Charact., **26**, 153-194 (1993).
5. Kamotani Y., Wang J.S., Ostrach S., Jiang H.D., *Experimental Study of Natural Convection in Shallow Enclosures with Horizontal Temperature and Concentration Gradients*. Int. J. Heat Mass Transfer, **28**, 1, 165-173 (1985).
6. Han H., Kuehn T.H., *Double Diffusive Natural Convection in a Vertical Rectangular Enclosure. II. Numerical Study*, Int. J. Heat Mass Transfer, **34**, 2, 461-471 (1991).
7. Jiang H.D., Ostrach S., Kamotani Y., *Unsteady Thermosolutal Transport Phenomena due to Opposed Buoyancy Forces in Shallow Enclosures*. J. Heat Transfer, **113**, 135-140 (1991).
8. Lee J.W., Hyun J.M., *Time-Dependent Double Diffusive in a Stable Stratified Fluid under Lateral Heating*. Int. J. Heat Mass Transfer, **34**, 9, 2409-2421 (1991).
9. Zhou H., Zebib A., *Oscillatory Double Diffusive Convection in Crystal Growth*. J. of Crystal Growth, **135**, 587-593 (1994).
10. Nishimura T., Wakamatsu M., Morega A.M., *Oscillatory Double-Diffusive Convection in a Rectangular Enclosure with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients*. Int. J. Heat Mass Transfer, **41**, 1601-1611 (1998).
11. Ghorayeb K., Khallouf H., Mojtabi A., *Onset of Oscillatory Flows in Double-Diffusive Convection*. Int. J. Heat Mass Transfer, **42**, 629-643 (1999).
12. Benissaad S., Afrid M., *Influence du nombre de Grashof sur la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire à faible rapport de forme*. Entropie, **272**, 44-55 (2002).
13. Sezai I., Mohamad A.A., *Double Diffusive Convection in a Cubic Enclosure with Opposing Temperature and Concentration Gradients*. Phys. Fluids, **12**, 2210-2223 (2000).
14. Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publ. Corp., Washington DC., 1980.

---

STUDIUL NUMERIC AL CONVECȚIEI  
NATURALE BINARE OPUSĂ TRIDIMENSIONALĂ

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele studiului numeric tridimensional al convecției naturale bidifuză într-o incintă rectangulară supusă unor gradienti orizontali de temperatură și de concentrație. Curgerea este antrenată de către coeficienții de puseu termic și binar opuși. Rezultatele obținute pun în evidență caracterul tridirecțional al curgerii lângă pereții izotermi și caracterul tridimensional al curgerii lângă pereții verticali adiabatici. Variația numărului lui Grashof binar a permis obținerea mai multor tipuri de curgeri și mai multe bifurcații între aceste curgeri. Convecția tranzitorie și aperiodică se manifestă într-un interval al numărului lui Grashof binar cuprins între  $3 \cdot 10^5$  și  $5 \cdot 10^5$ .